Política Monetaria Optima:
Una propuesta para la Economía Venezolana en el marco de un modelo de Equilibrio General Estocástico Dinámico.

Daniel Cadenas

Agosto 2020

Introducción

Tópico o Área de Investigación

- Optimización Dinámica de Sistemas Monetarios mediante una Regla de Control o de Política obtenida a partir de un modelo EGED.
- Teoría de Sistemas, Control Optimo, Modelos Dinámicos, Optimización Dinámica, Soluciones Aproximadas a modelos EGED.

Problemas de Investigación

- ¿Es posible derivar una regla de `política monetaria optima de aplicación factible al sistema monetario venezolano? ¿Qué Regla de Política debe seguir el Banco Central de Venezuela? ¿Qué tipo de Regla de Política es óptima para el Sistema Monetario Venezolano?

Introducción

Objetivos Generales

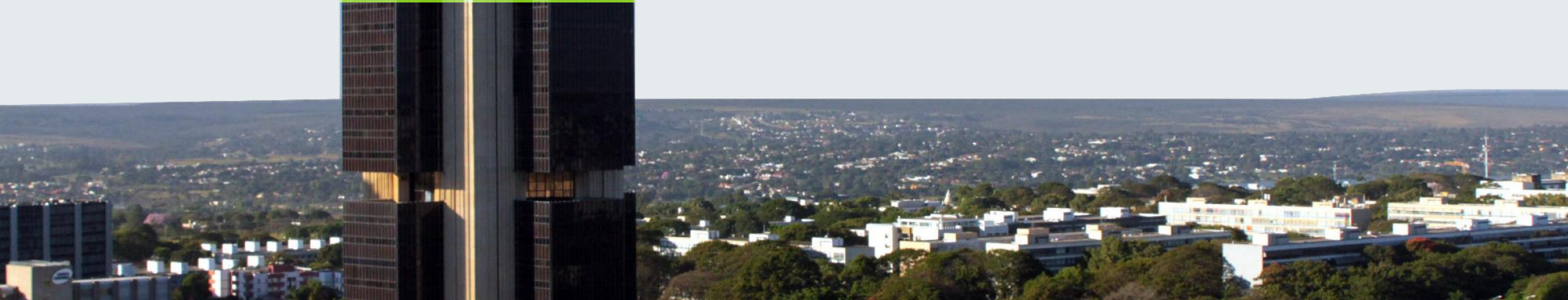
- Establecer vinculaciones entre la metodología de la investigación de operaciones, el enfoque de sistemas y la política monetaria optima.
- Obtener una regla de control optimo para el sistema monetario venezolano en el marco de un modelo DSGE.
- Sugerir medidas para su aplicación práctica.

Objetivos Específicos

- Identificar el problema del trabajo como un problema de investigación de operaciones.
- Formular el modelo matemático del Problema.
- Resolver el Modelo.
- Calcular los parámetros de la Regla Optima
- Proponer bajo qué condiciones pueden implementarse con éxito al sistema monetario venezolano las soluciones así obtenidas.

Repaso a la literatura:
Reglas de política monetaria

- La regla de Taylor (1993) es una regla simple de política monetaria que vincula mecánicamente el nivel de la tasa de política con las desviaciones de la inflación de su objetivo y del producto de su potencial (la brecha del producto).
- Friedman (1969) presenta su famosa regla de política monetaria optima según la cual la inflación optima se fija en aquel valor que hace cero la tasa de interés nominal.
- A partir de 1993 la Reserva Federal y en particular el Comité Federal de Mercado Abierto (FOMC) comienza a considerar a la Regla de Taylor en sus análisis.
- Las reglas de tipo Taylor se han convertido en el estándar por el cual la política monetaria se introduce en modelos macroeconómicos tanto pequeños como grandes.
- Giannoni (2007) ejemplifica una regla de política óptima robusta en un modelo con expectativas “Forward Looking”.



Repaso a la literatura: Modelos DSGE

"Los modelos DSGE se han vuelto omnipresentes. Docenas de equipos de investigadores están involucrados en su construcción. Casi todos los bancos centrales tienen uno o quieren tener uno. Se utilizan para evaluar las reglas de política, para hacer simulaciones o incluso pronósticos."

Olivier Blanchard

- Muth (1961) introdujo el concepto de expectativas racionales.
- Lucas (1976) criticó la utilidad de los modelos macroeconométricos construidos ad-hoc a gran escala.
- Los documentos seminales de Lucas y Prescott (1971) y Lucas (1972) pueden considerarse los predecesores de los modelos DSGE. Modelos "Nuevos Clásicos" que emplean el marco de agentes optimizadores.
- Kydland y Prescott (1982) fue el primer modelo DSGE (modelo RBC). Los modelos RBC en general suponen una competencia perfecta en los mercados de bienes y laborales y precios y salarios flexibles.
- Calvo (1983) desarrolla un modelo en tiempo continuo en el que cada empresa puede cambiar su precio solo cuando recibe una señal aleatoria.
- Erceg, Henderson y Levin (2000) proponen una aplicación del mecanismo Calvo para la dinámica salarial.
- Smets and Wouters (2003), Woodford (2003) y Christiano et al. (2005) fueron los modelos seminales propiamente DSGE en la tradicion NK que incroporaron todos los desarrollos previos.
- Los modelos DSGE se han vuelto hegemónicos en el campo de la macroeconomía.

Repaso a la literatura:
Modelos DSGE para economías con abundancia de recursos

"Los modelos DSGE se han vuelto omnipresentes. Docenas de equipos de investigadores están involucrados en su construcción. Casi todos los bancos centrales tienen uno o quieren tener uno. Se utilizan para evaluar las reglas de política, para hacer simulaciones o incluso pronósticos."

Olivier Blanchard

- Morales y Saez (2007) construyen y calibran un modelo DSGE de pequeña economía abierta y productora de petróleo, usando a Venezuela como caso para la calibración.
- Aliyev (2012) construye un modelo DSGE para una economía pequeña y abierta con abundancia de recursos naturales. Los resultado indican que enfocarse en el tipo de cambio o nivel de precios a través de intervenciones cambiarias por parte del banco central puede suavizar los efectos negativos de la enfermedad holandesa y estabilizar la economía.
- Allegret et al (2015) propone un modelo DSGE que integra la política monetaria y fiscal para analizar los efectos a corto y largo plazo de las perturbaciones de los precios del petróleo en las economías exportadoras de petróleo.
- Algozinha (2017) construye un modelo de equilibrio general estocástico dinámico de política monetaria y fiscal conjunta para una economía petrolera en desarrollo y encuentra una regla monetaria apropiada.

Metodología

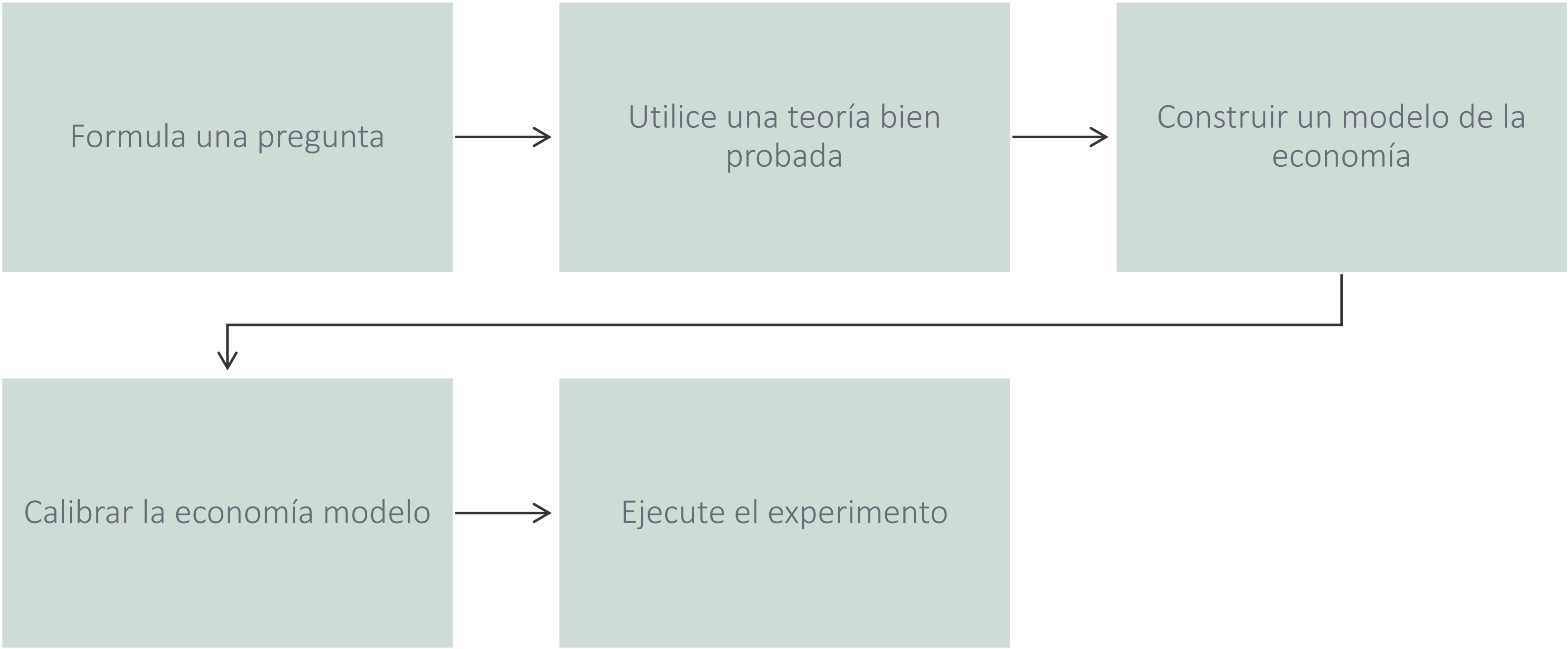
Metodología (Proceso) de la Investigación de Operaciones. Fuente: Churchman, Ackoff y Arnoff (1957)

Formular el Problema → Elaborar un **Modelo** Matemático del Problema → **Resolver** el Modelo

→ **Probar** (Evaluar, Validar) la Solución del Modelo → Establecer **Controles** sobre la solución → Sugerir una **Implementación** o puesta en práctica de la solución

Metodología

Metodología de Experimento Computacional Económico. Fuente: Elaboración Propia con base a Kydland & Prescott (1996)

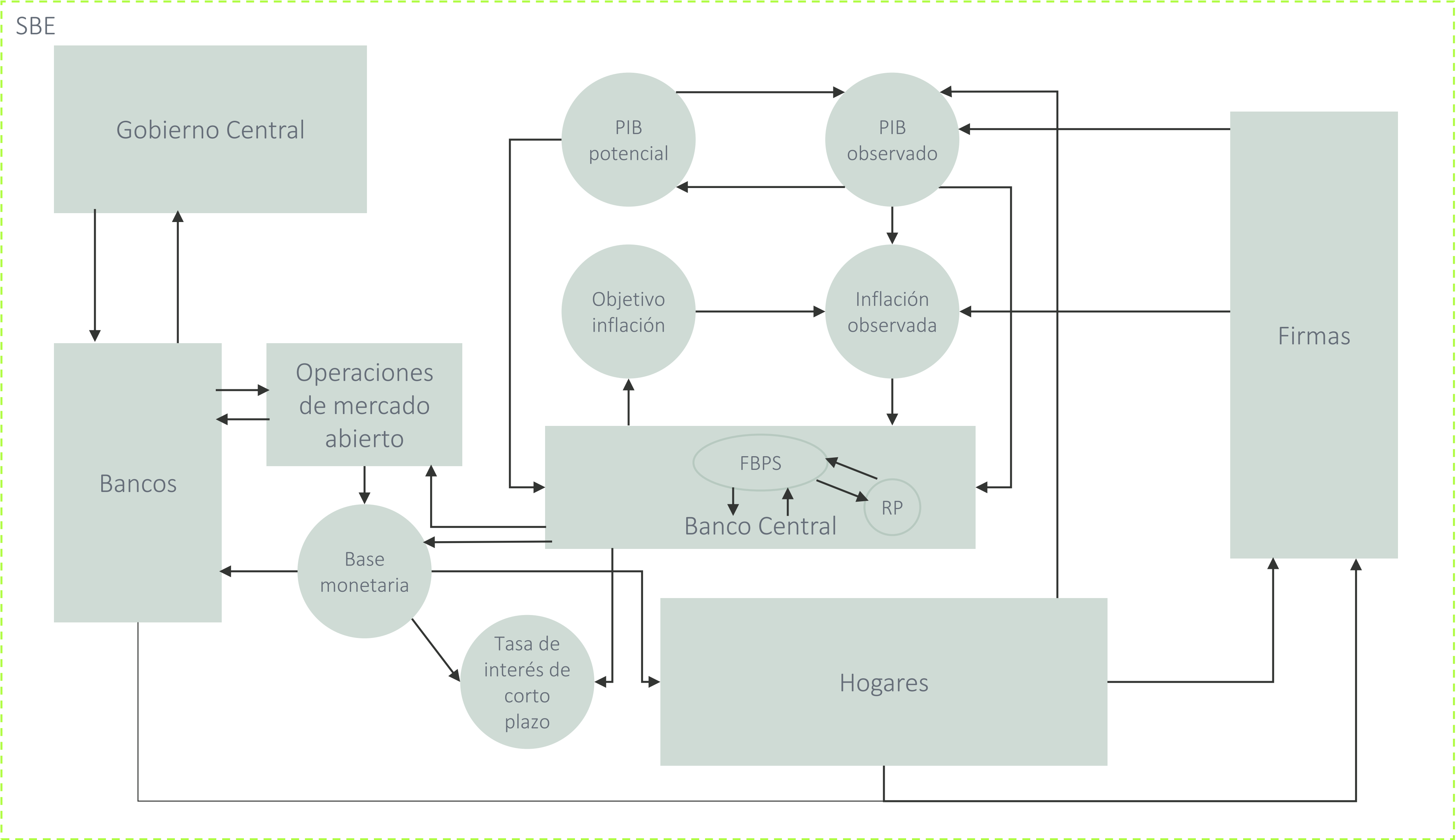


Metodología

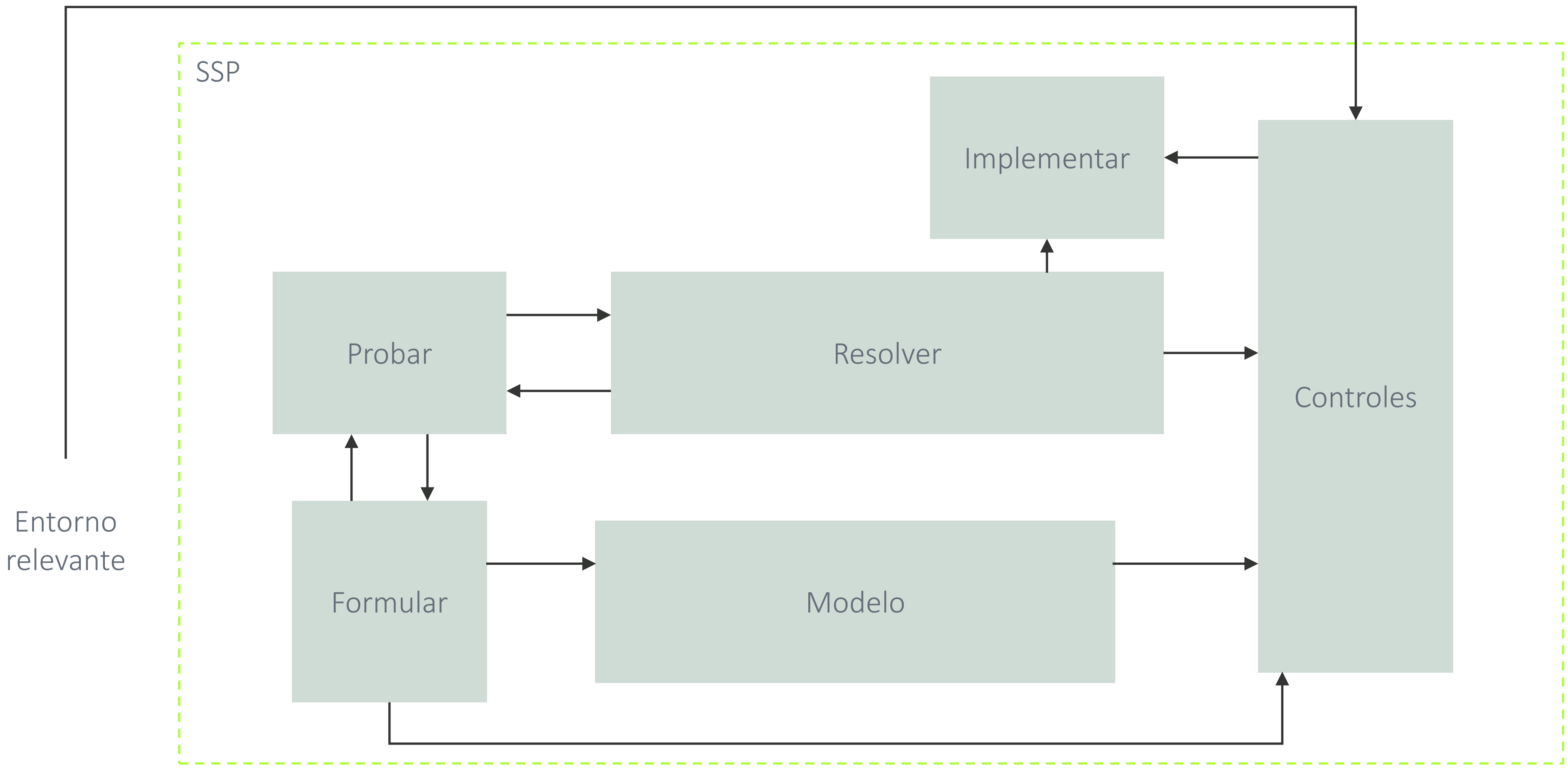
Formular el Problema → Elaborar un **Modelo** Matemático del Problema → **Resolver** el Modelo → **Probar** (Evaluar, Validar) la Solución del Modelo → Establecer **Controles** sobre la solución → Sugerir una **Implementación** o puesta en práctica de la solución

Formula una pregunta → Utilice una teoría bien probada → Construir un modelo de la economía → Calibrar la economía modelo → Ejecute el experimento

Metodología



Metodología



Formular: el problema

Modelo: elaborar el modelo

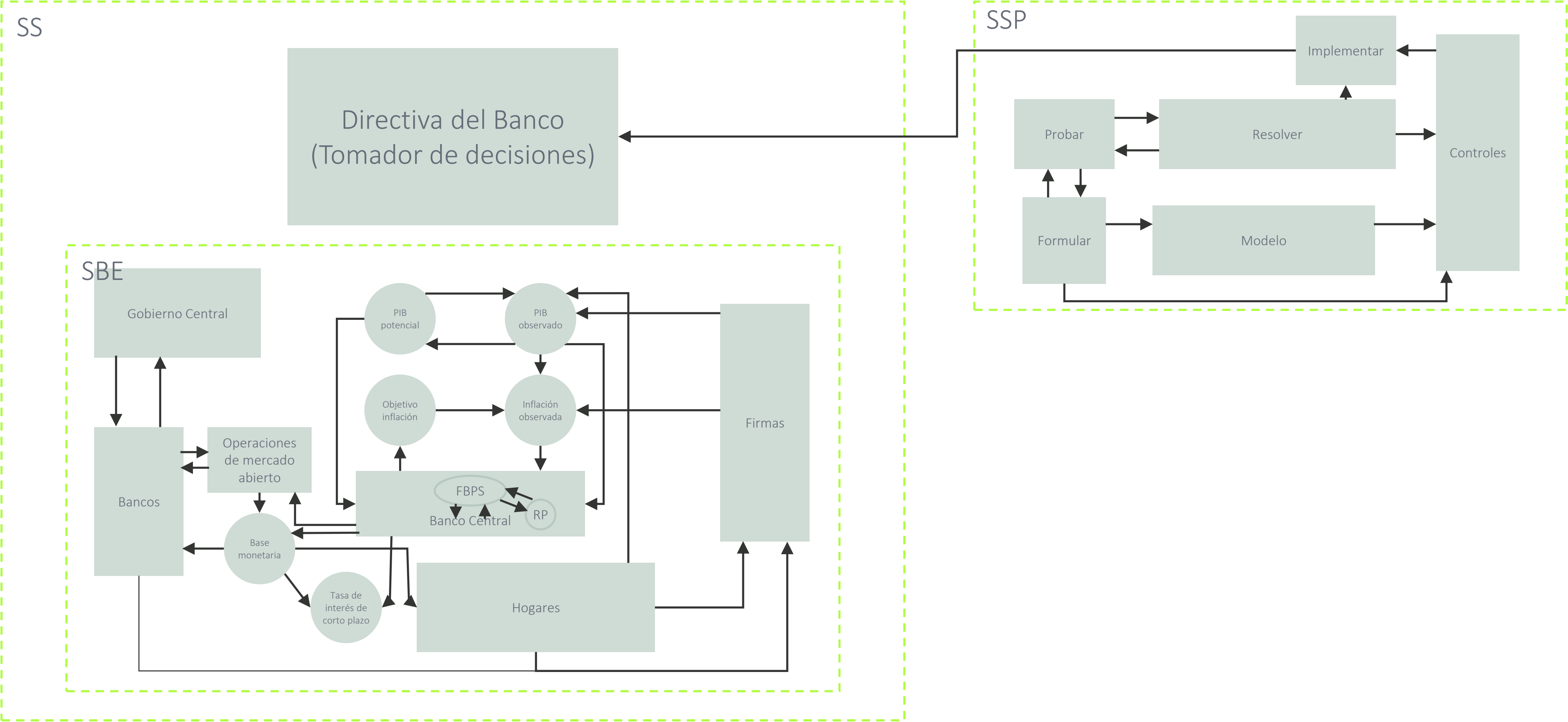
Resolver: el modelo

Probar: el modelo

Controles: sobre la solución

Implementar: la solución

Metodología



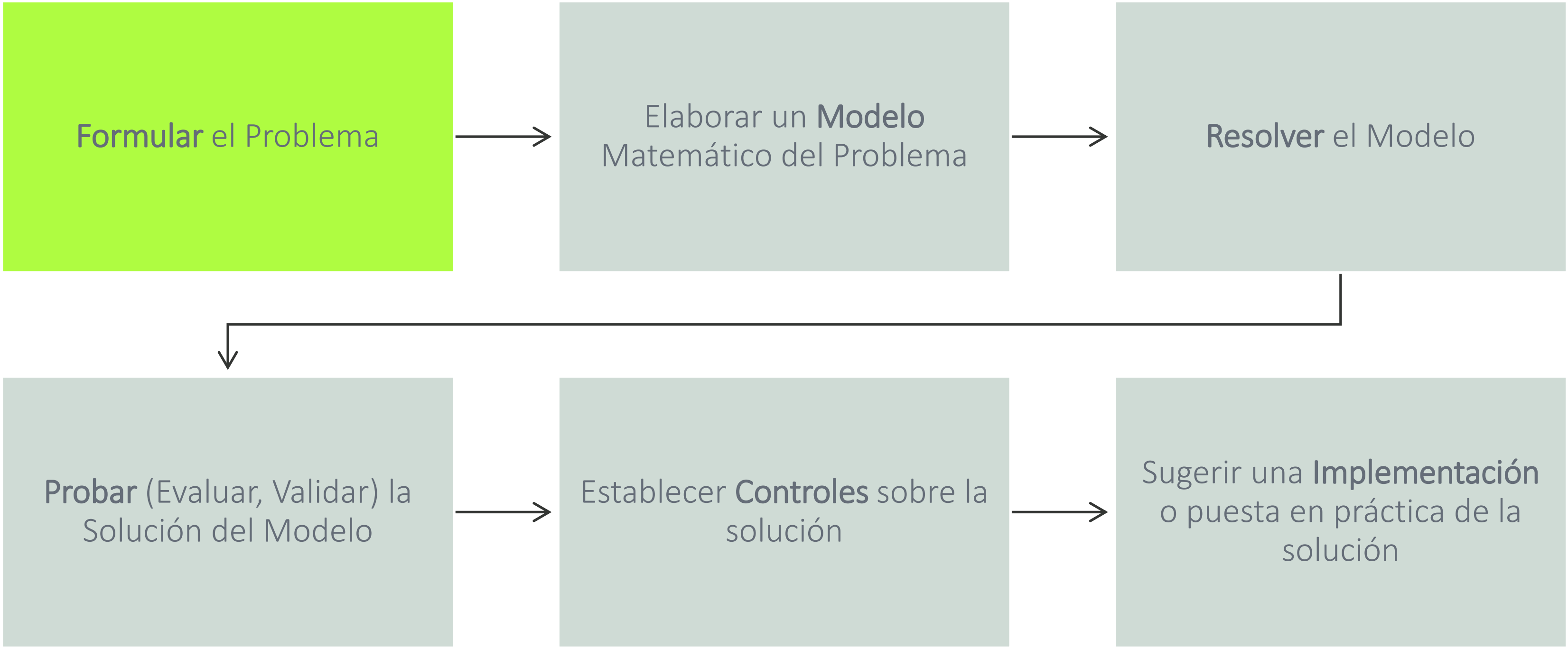
SSP: Sistema Para Solución de Problemas **SBE:** Sistema Bajo Estudio **SS:** Sistema Sujeto

Metodología

Vinculaciones entre la investigación de operaciones, el enfoque de sistemas y los experimentos computacionales económicos.

Metodología

Formular el problema:



Metodología

Formular el problema:

Se desea obtener una regla de política óptima para el sistema monetario venezolano, es decir una que minimice la perdida de bienestar social aproximada por la suma ponderada de las desviaciones cuadráticas de la inflación con respecto a una meta y del producto con respecto a su valor potencial.

$$L = E_t \sum_{s}^{\infty} \beta^s \left[(\pi_{t+s} - \pi^*)^2 + \alpha(y_t - y^*)^2\right]$$

Metodología

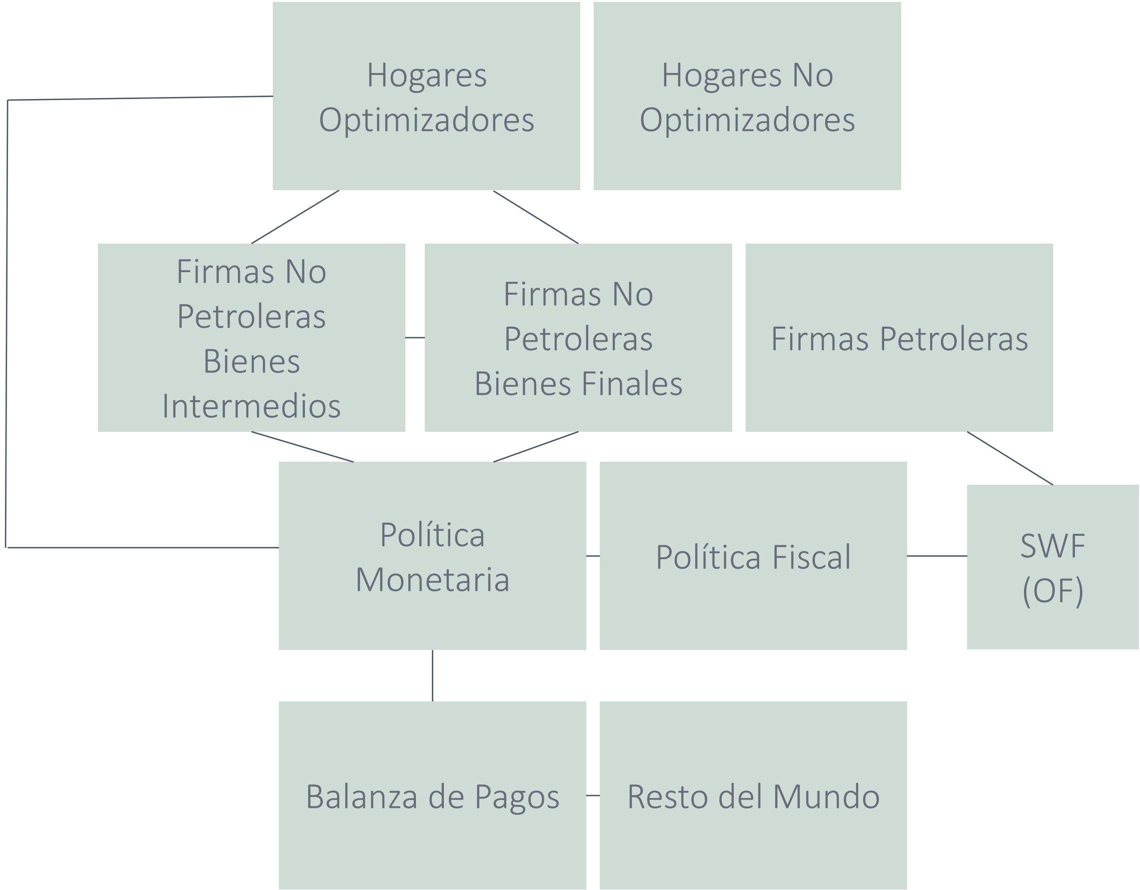
Elaborar un Modelo Matemático del Problema:

Formular el Problema → Elaborar un **Modelo** Matemático del Problema → **Resolver** el Modelo

↓

Probar (Evaluar, Validar) la Solución del Modelo → Establecer **Controles** sobre la solución → Sugerir una **Implementación** o puesta en práctica de la solución

Metodología



Metodología

Elaborar un Modelo Matemático del Problema. Variables Endógenas:

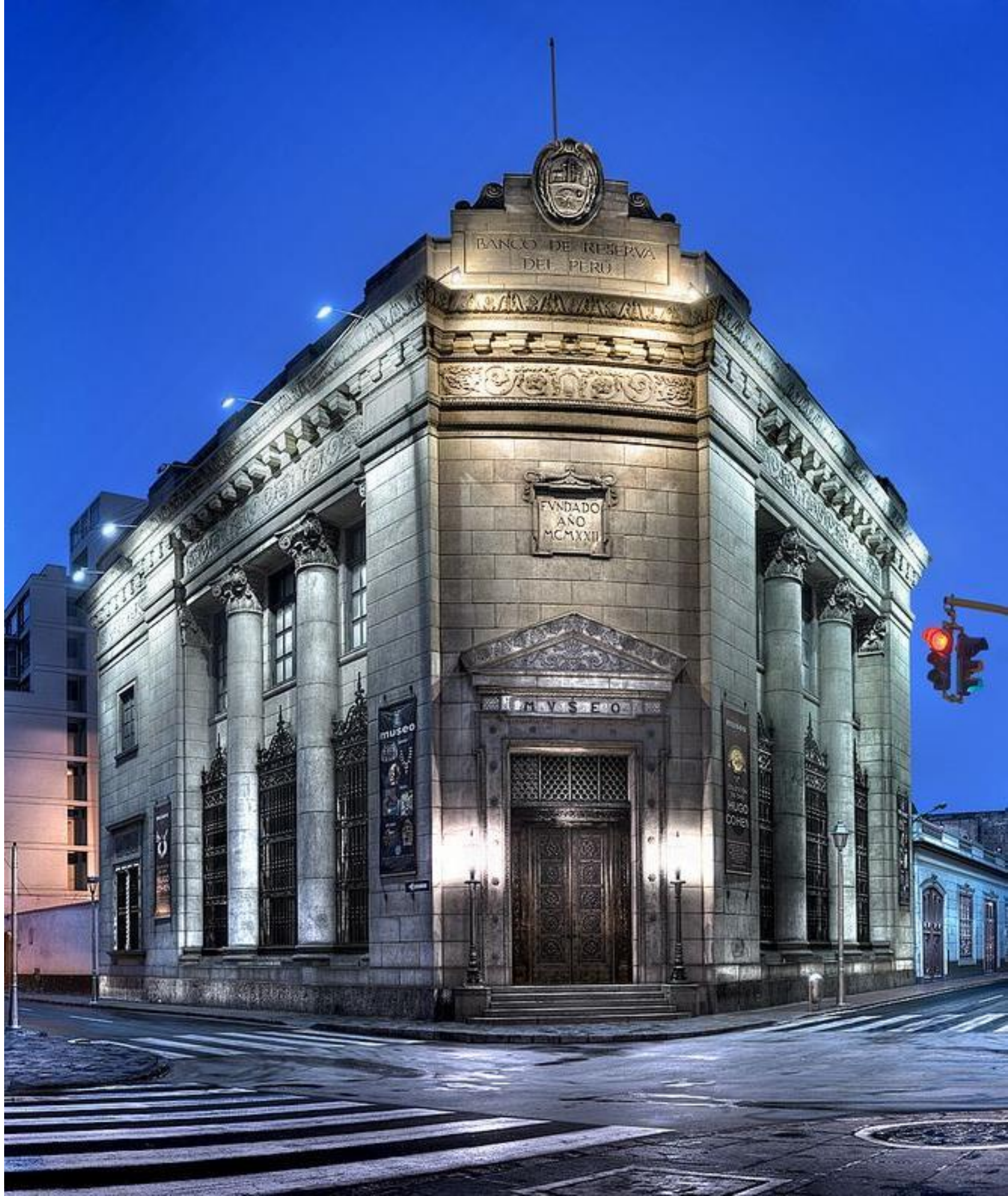
Este modelo incluye 27 variables endógenas que constituyen un sistema de 27 ecuaciones, donde las variables se representan en una desviación logarítmica de su estado estacionario o de largo plazo. Estas variables son: inflación π_t, el consumo agregado de los hogares $\widehat{C_t}$, horas trabajadas $\widehat{N_t}$, tasa de interés doméstica $\widehat{R_t}$, exportaciones netas $\widehat{NX_t}$, activos externos netos del banco central $\widehat{nfa_t^*}$, intervención en el mercado cambiario $\widehat{int_t^*}$, tasa de interés extranjera $\widehat{R_t^*}$, inflación extranjera π_t^*, producción extranjera $\widehat{Y_t^*}$, deuda extranjera $\widehat{b_t^*}$, capital petrolero $\widehat{K_t^o}$, capital no petrolero $\widehat{K_t^{no}}$, capital público $\widehat{K_{G,t}}$, tasa de cambio real $\widehat{RER_t}$, deuda fiscal $\widehat{b_t}$, monto global de impuestos $\widehat{T_t}$, consumo público $\widehat{G_t^C}$, inversión pública $\widehat{G_t^I}$, inversión privada $\widehat{I_t}$, producción petrolera $\widehat{Y_t^o}$, producción no-petrolera $\widehat{Y_t^{no}}$, producción agregada $\widehat{Y_t}$, activos del Fondo Soberano $\widehat{OF_t}$, y precios domésticos $\widehat{P_t^h}$

Nº de la variable endógena	Variable Endógena Simbología del modelo	Nombre de la Variable
1	π_t	Inflación
2	C_t	Consumo agregado de los hogares
3	N_t	Horas trabajadas
4	R_t	Tasa de interés doméstica
5	NX_t	Exportaciones netas
6	$fxrt^*_t$	Reservas internacionales netas
7	R^*_t	Tasa de interés foránea
8	K_t^{no}	Stock de capital no petrolero
9	K_t^G	Stock de capital público
10	π^*_t	Inflación foránea
11	Y_t^*	Producto foráneo
12	b_t^*	Deuda externa
13	K_t^o	Stock de capital petrolero
14	RER_t	Tasa de cambio real
15	b_t	Deuda pública domestica
16	T_t	Impuestos de suma fija
17	G_t^c	Gasto de consumo público
18	G_t^I	Inversión pública
19	I_t	Inversión privada
20	Y_t^o	Producto petrolero
21	Y_t^{no}	Producto no petrolero
22	Y_t	Producto agregado
23	p_t^h	Precios domésticos
24	p_t^g	Nivel de precios de las compras del gobierno
25	SWF_t	Activos del fondo patrimonial soberano
26	FDI_t	Inversión extranjera directa
27	P_t^{o*}	Precios mundiales del petróleo

Metodología

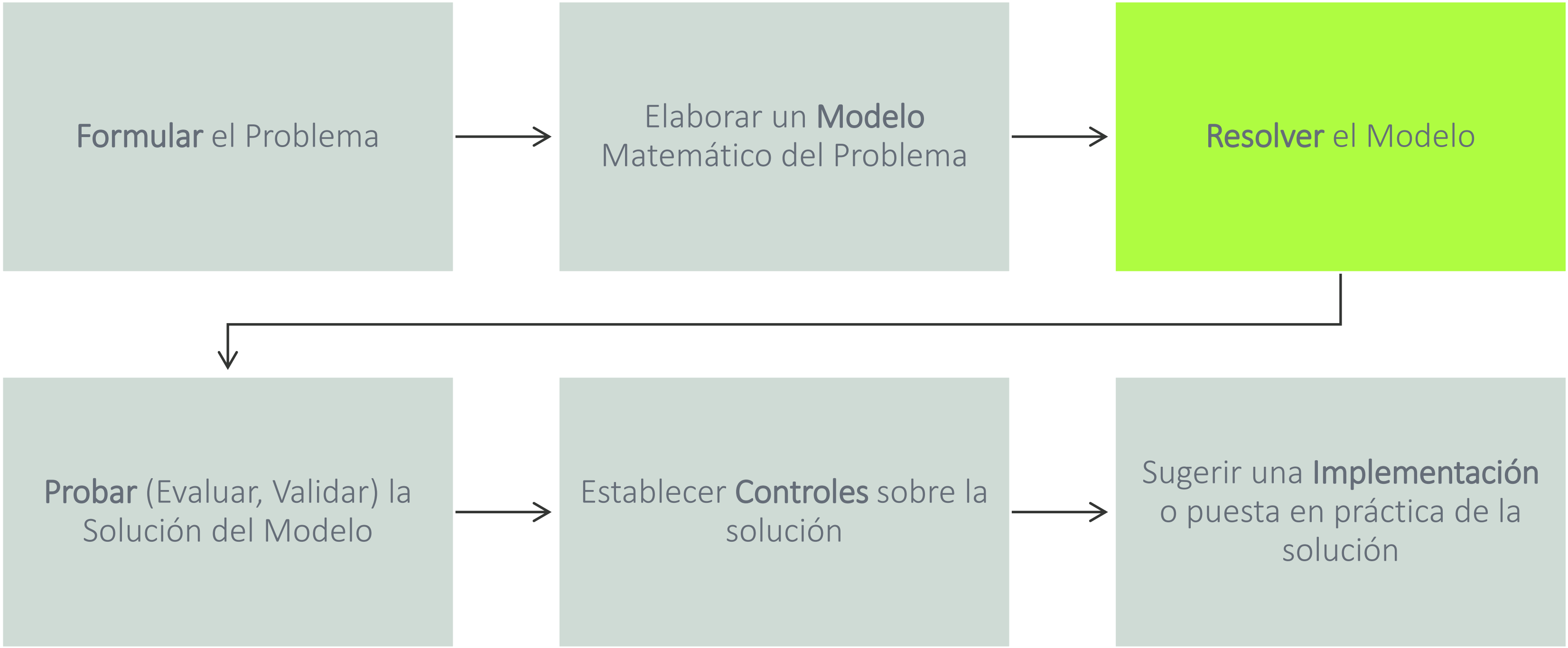
Elaborar un Modelo Matemático del Problema. Variables Exógenas:

Nº de la variable exógena	Variable Exógena Simbología del modelo	Nombre de la Variable
1	ε_t^{O}	Choque exógeno de precios del petróleo o de términos de intercambio
2	u_t^{no}	Choque exógeno en la Tecnología (PTF)
3	ε_t^{R}	Choque exógeno en la Política Monetaria



Metodología

Resolver el modelo:



Metodología

Formular el problema:

INCIO

Derivación de las condiciones de equilibrio de primer orden

Estimación del Estado Estacionario del Sistema

Aproximación log lineal del sistema de ecuaciones alrededor del estado estacionario

Calibrar los parámetros del modelo

Resolver el modelo log lineal aproximado

Evaluación del modelo

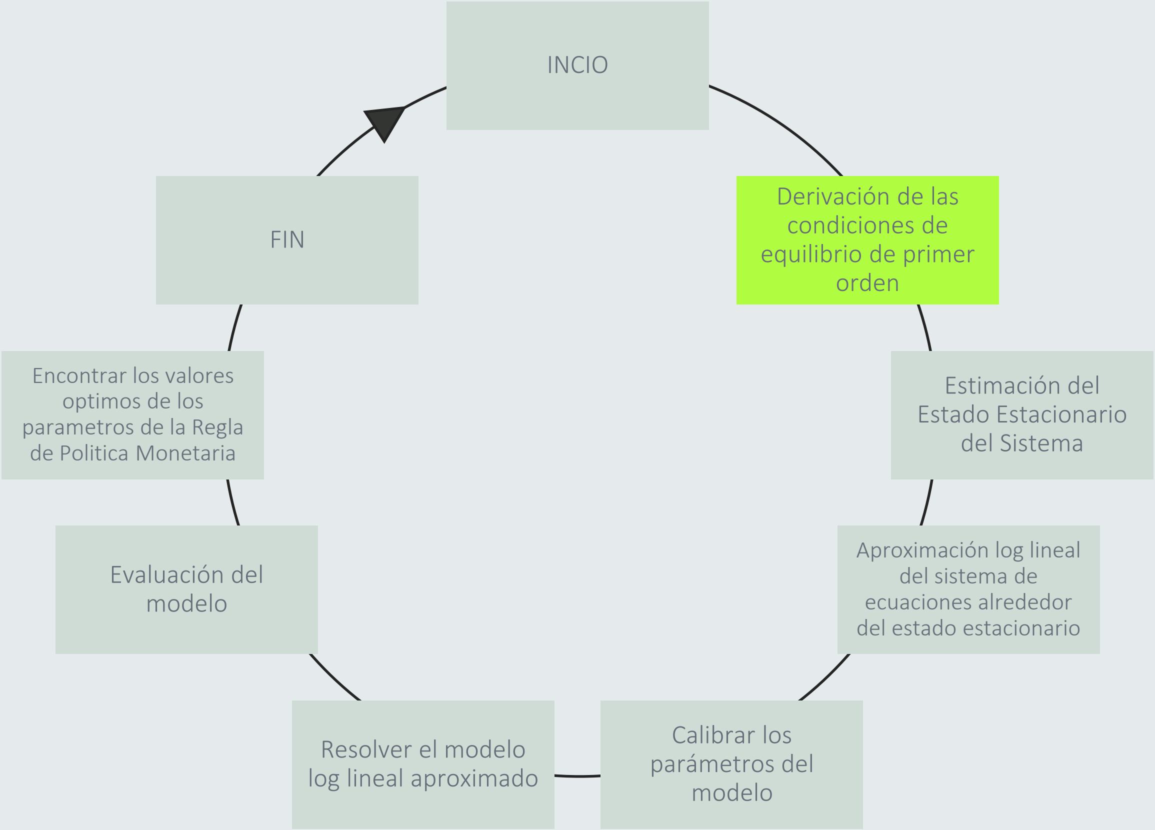
Encontrar los valores optimos de los parametros de la Regla de Politica Monetaria

FIN

Metodología

Resolver el modelo:

O condiciones necesarias de optimalidad. Junto con las ecuaciones estructurales (restricciones de recursos) estas crean un sistema de ecuaciones en diferencias estocástica y no lineal que representan el equilibrio dinámico del modelo del sistema. Las condiciones de primer orden se obtienen por el método de Lagrange. Como ejemplo ilustrativo del procedimiento, se expone la condición de optimalidad necesaria o de primer orden de los hogares. Los hogares optimizadores del modelo matemático (ver capítulo 4 del trabajo), se supone que maximizan la función dada por la ecuación (4.1):



Metodología

Los hogares optimizadores del modelo matemático (ver capítulo 4 del trabajo), se supone que maximizan la función dada por la ecuación (4.1):

$$Max\ U = \ E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left[C_t^S - \phi^{-1} N_t^{\phi}\right]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \qquad \phi > 1, \sigma > 1$$

Sujeto a la siguiente restricción dad por la ecuación (4.2):

$$C_t^S + I_t + b_t + R_{t-1}^* + \frac{RER_t}{RER_{t-1}} \frac{b_{t-1}^*}{\pi_t^*} + T_t^S = W_t N_t + R_t^{kno} K_{t-1}^{no} + R_{t-1} \frac{b_{t-1}}{\pi_t} + b_t^* + \Pi_{t,}$$

Aplicando el clásico método de los multiplicadores de Lagrange, derivando parcialmente con respecto al consumo e igualando a cero, se obtiene la siguiente condición de optimalidad de primer orden (ecuación 4.6) con respecto al consumo:

$$U_{C_t^S} = \lambda_t = \frac{1}{\left[C_t^S - \frac{N_t^{\phi}}{\phi}\right]^{\sigma}}$$

Metodología

Resolver el modelo:

El mismo procedimiento se realiza para encontrar los valores de estado estacionario para las 27 variables endógenas del modelo matemático del sistema.

El stock de capital público se acumula de acuerdo a:

$$K_t^G = (1-\delta^g)K_{t-1}^G + G_t^I$$

Si se eliminan los subíndices temporales y se asume constancia de valores, entonces:

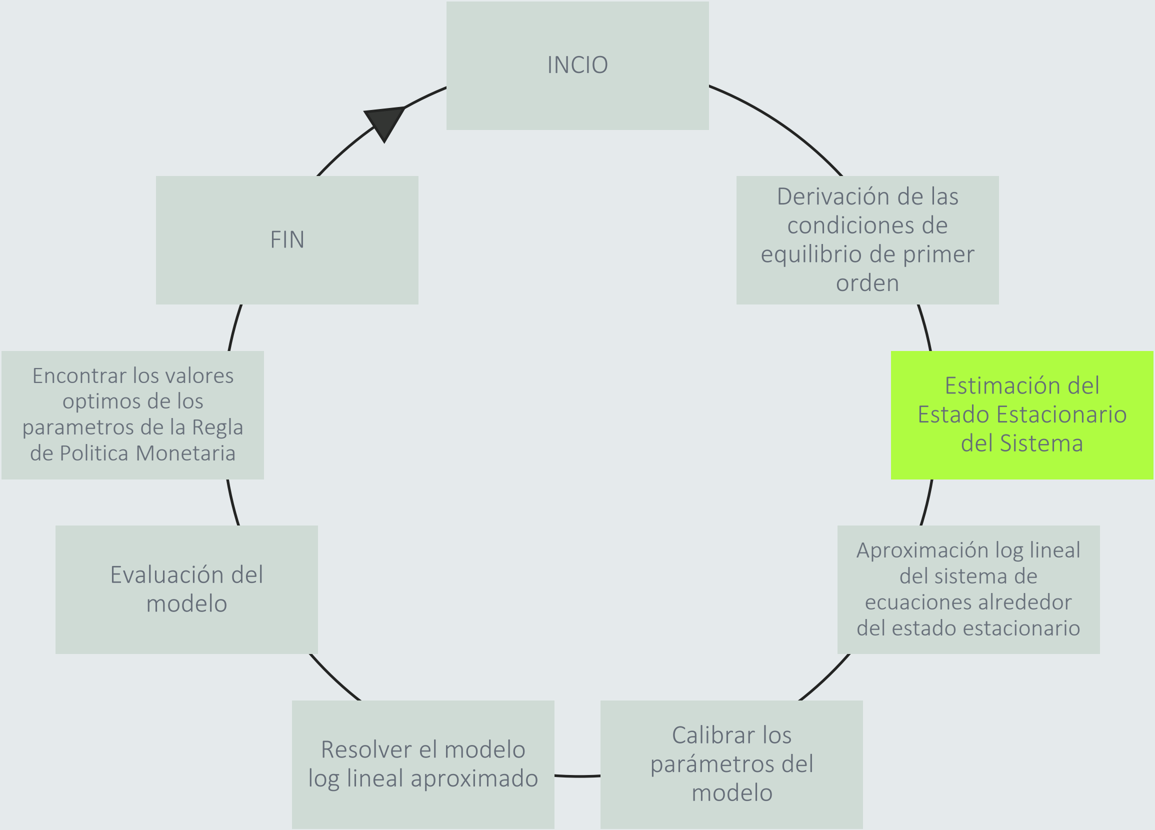
$$K_t^G = K_{t-1}^G = \overline{K_G}$$

Donde $\overline{K_G}$, es el valor de estado estacionario del stock de capital público. Reemplazando:

$$\overline{K_G} = (1-\delta^g)\overline{K_G} + \overline{G^I}$$

Y despejando la inversión Pública de Estado Estacionario es:

$$\overline{G^I} = \delta^g \overline{K_G}$$

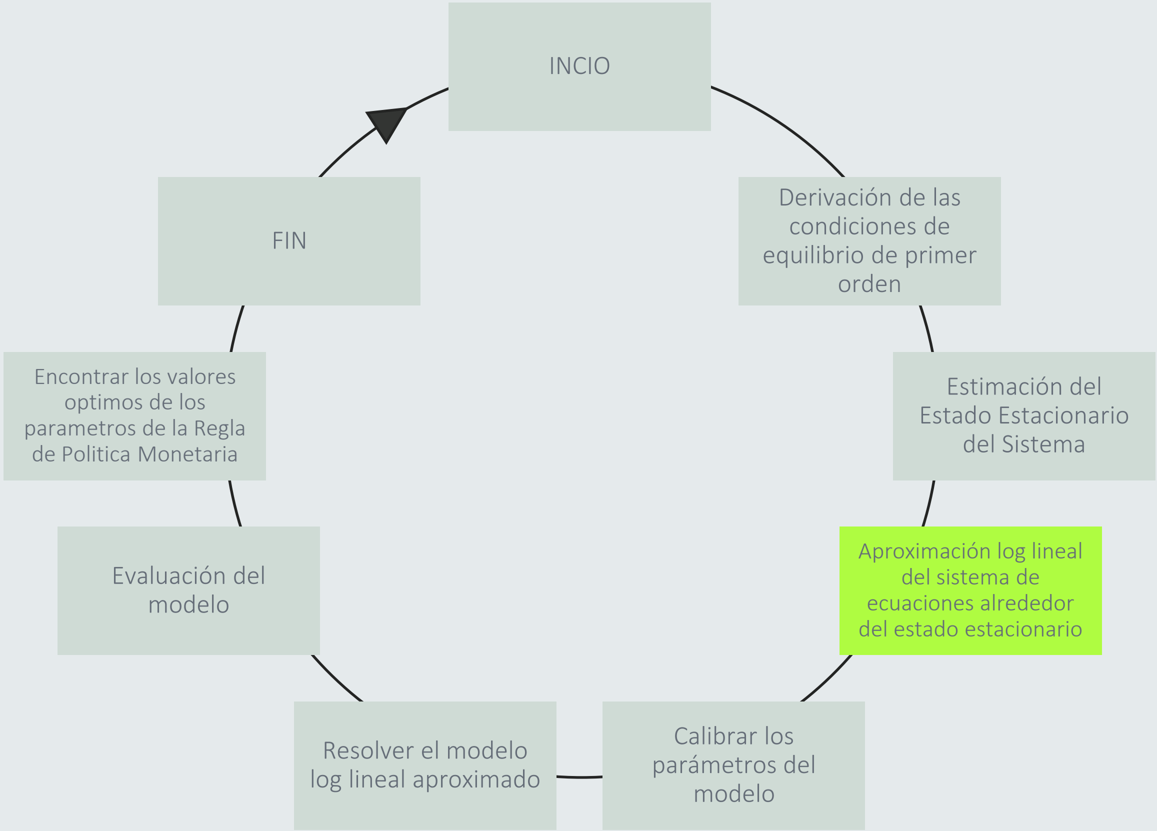


Metodología

Resolver el modelo:

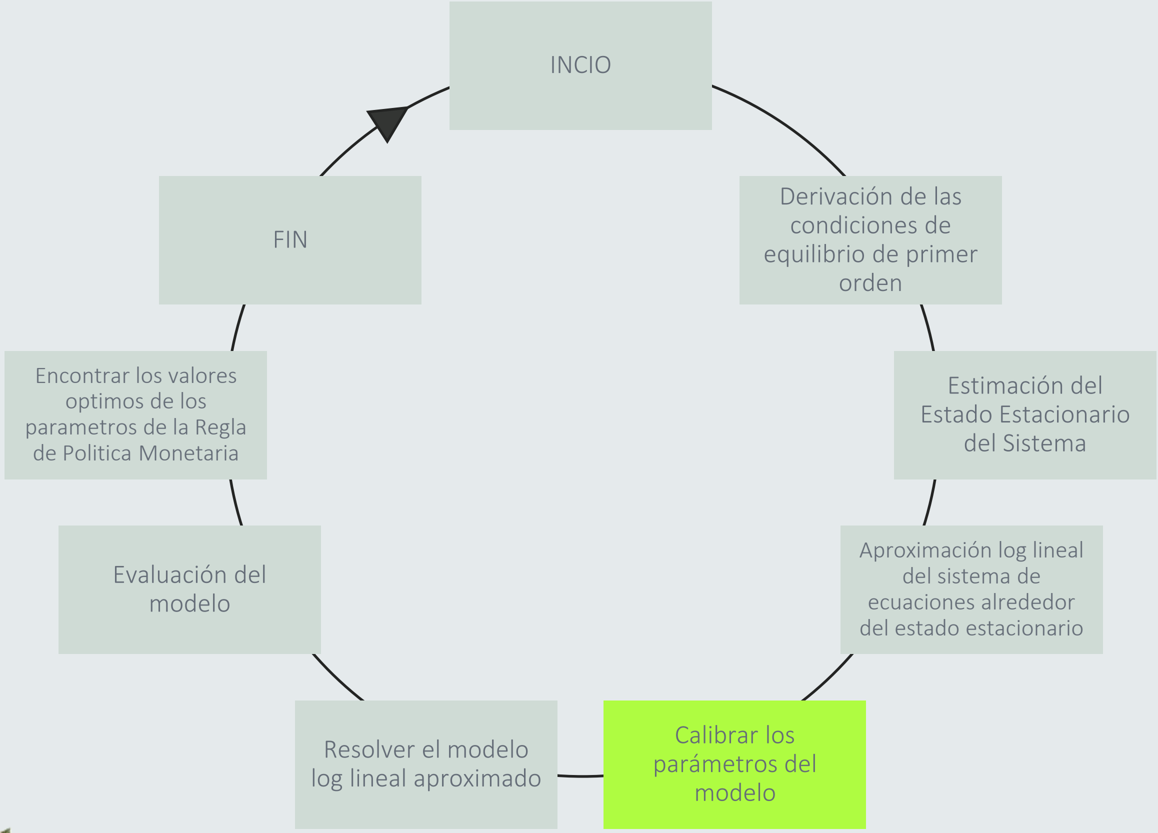
Como un sistema de ecuaciones en diferencia estocástica y no lineal generalmente no tiene una solución analítica cerrada, la solución se aproxima en la vecindad de un punto dado, en la mayoría de los casos el estado estacionario no estocástico determinado en el paso previo.

(Ver anexos)



Metodología

Resolver el modelo:



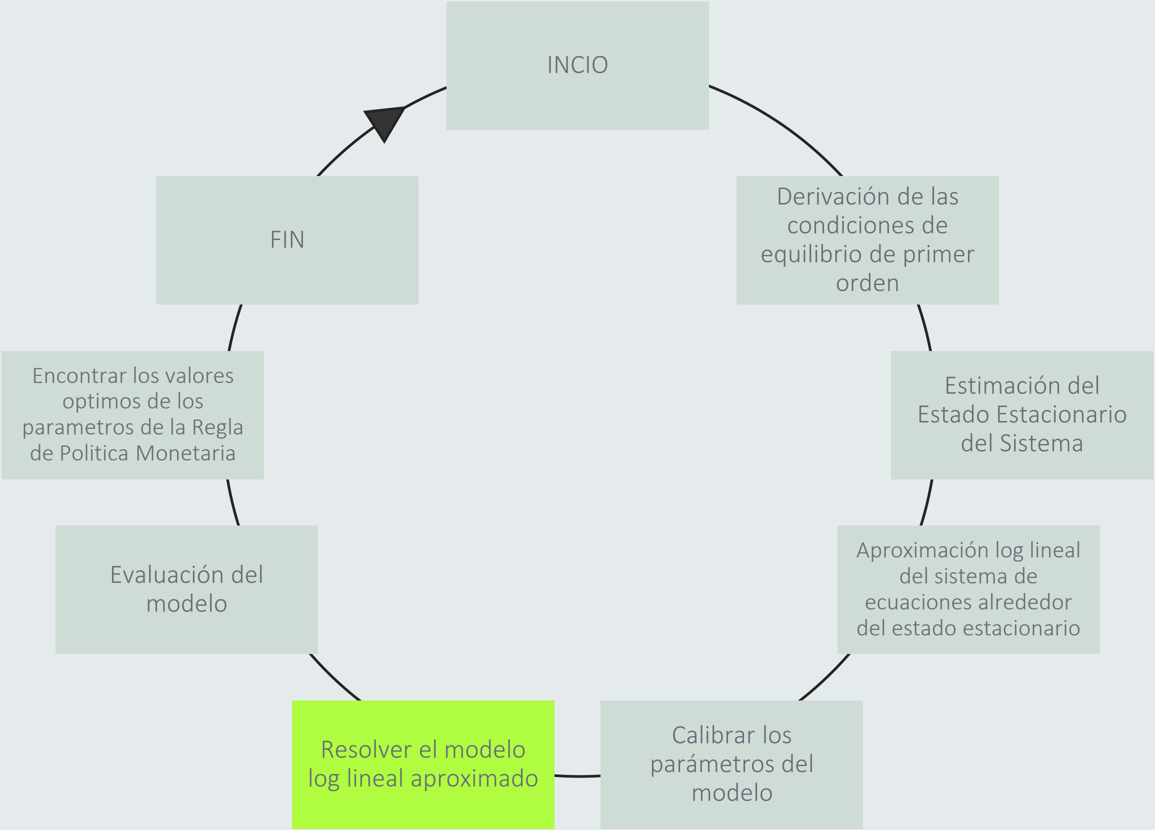
Metodología

Resolver el modelo:

Luego de calibrar queda un sistema de ecuaciones lineales con variables en valor esperado que puede resolverse por varios métodos.

En el presente trabajo el algoritmo de solución empleado recurre al método de Perturbación. Este método se basa en las expansiones de Taylor y el teorema de la función implícita. Los métodos de perturbación crean soluciones aproximadas a una economía (representada en un modelo) DSGE partiendo de la solución exacta de un caso particular del modelo o de la solución de un modelo cercano a cuya solución tenemos acceso.

Los métodos de perturbación, usados en ciencias e ingeniería desde del siglo 19, fueron introducidos en la economía por Judd y Guu (1993). Su aplicación a la solución aproximada de modelos DSGE se presenta en Judd (1998). Para la solución del modelo matemático del problema se usan las fórmulas de cálculo propuestas en Judd (1998) que se encuentran codificadas como rutinas en el Toolbox Dynare



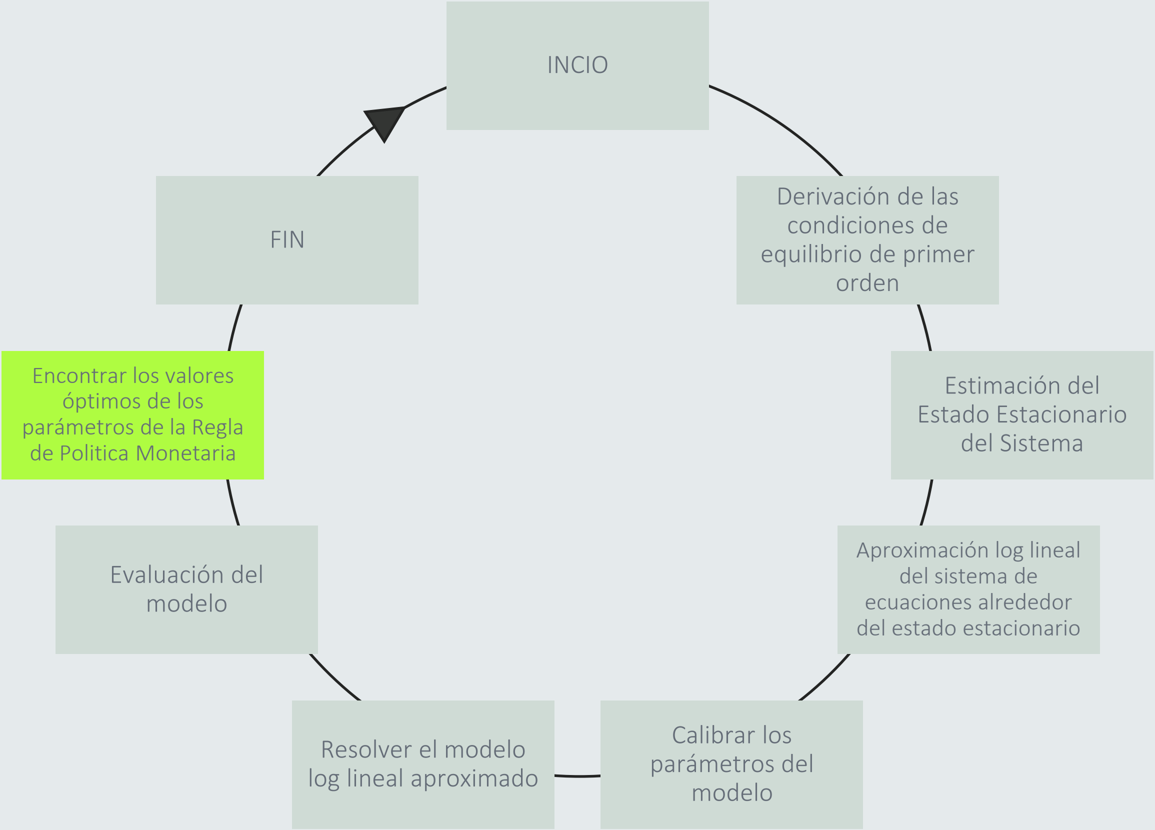
Metodología

Resolver el modelo:

El problema consiste en buscar los parámetros de la regla de Taylor que minimiza las sumatoria de las varianzas de la inflación, el tipo de cambio real y el producto sujeto a las restricciones impuestas por las condiciones de primer orden de los hogares y las firmas.

$$\min_{\{\phi_\pi, \phi_e, \phi_y\}} \quad \lambda_1 var(\pi) + \lambda_2 var(\hat{y}) + \lambda_3 var(\hat{e})$$

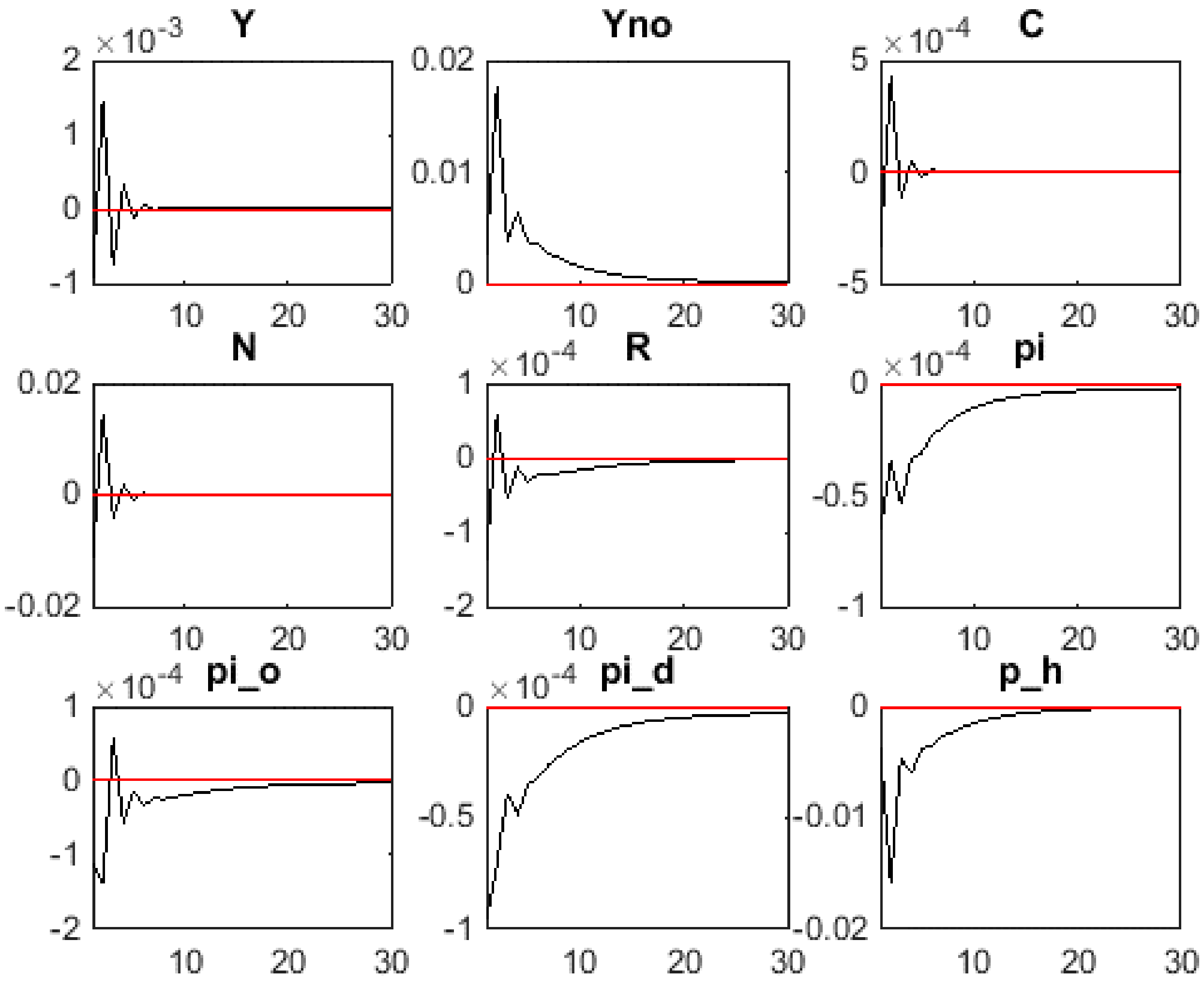
Para resolver este problema se utilizó la función ***osr*** del toolbox de Matlab ***Dynare***. Esta función resuelve el problema recurriendo a un algoritmo de optimización numérica codificado en Matlab por Chris Sims y que se presenta en Sims (1999). Este algoritmo devuelve el valor óptimo de los parámetros y el valor de la función de pérdida en el óptimo. El algoritmo de optimización numérica utiliza un método cuasi-Newton con actualización denominado BFGS (algoritmo de Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno) para la determinación aproximada de la matriz Hessiana.



Resultados: Funciones de Respuesta al Impulso

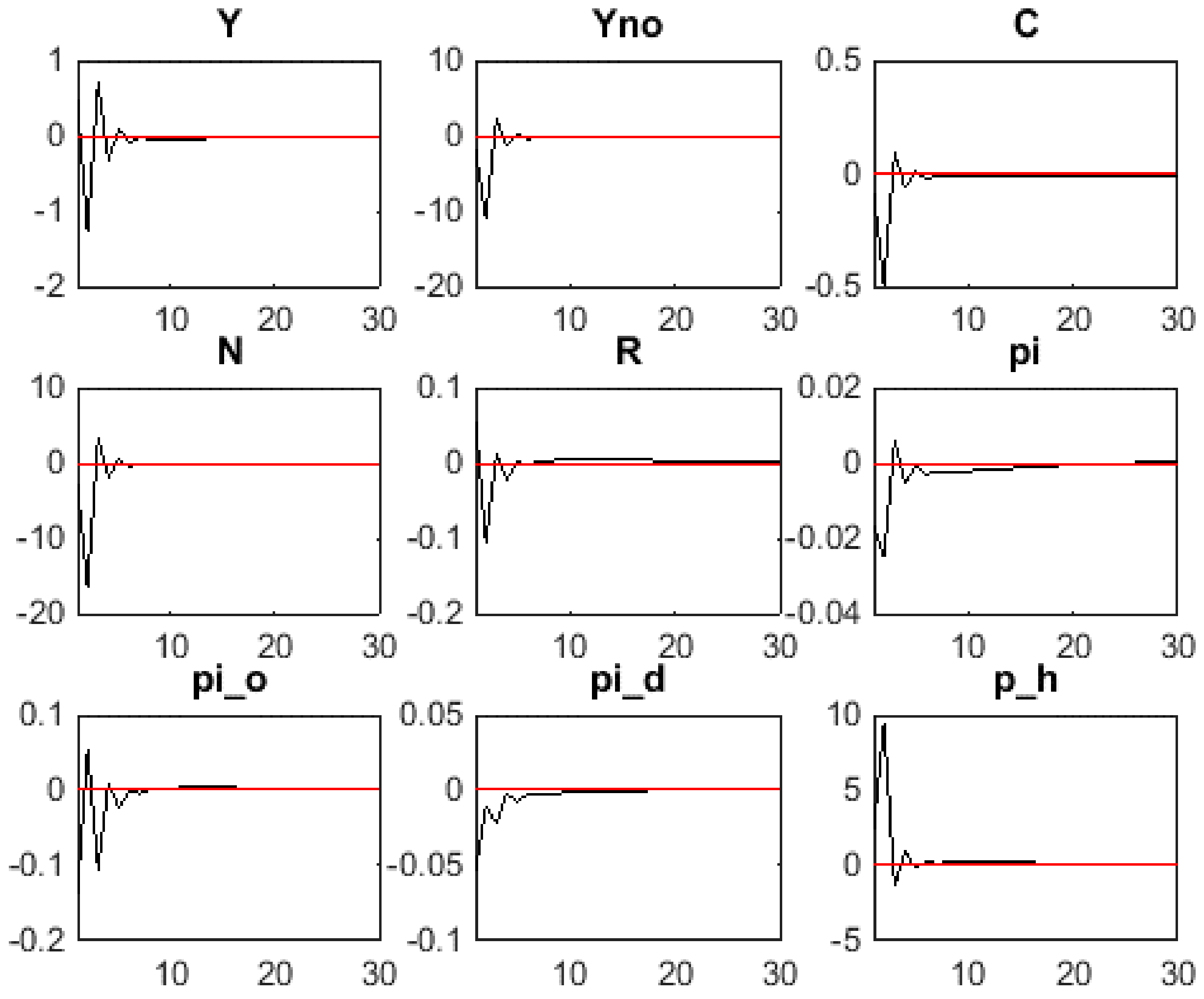
Choque a la variable exógena TFP ($\mathbf{u_t^{no}}$)

El modelo se resolvió recurriendo al toolbox Dynare de Matlab. Las condiciones de estabilidad de Blanchard y Kahn se satisfacen pues existen 6 autovalores con modulo mayor que 1 para 6 variables endógenas en valor esperado o "forward looking". Esto indica que el equilibrio existe, es único y es estable.



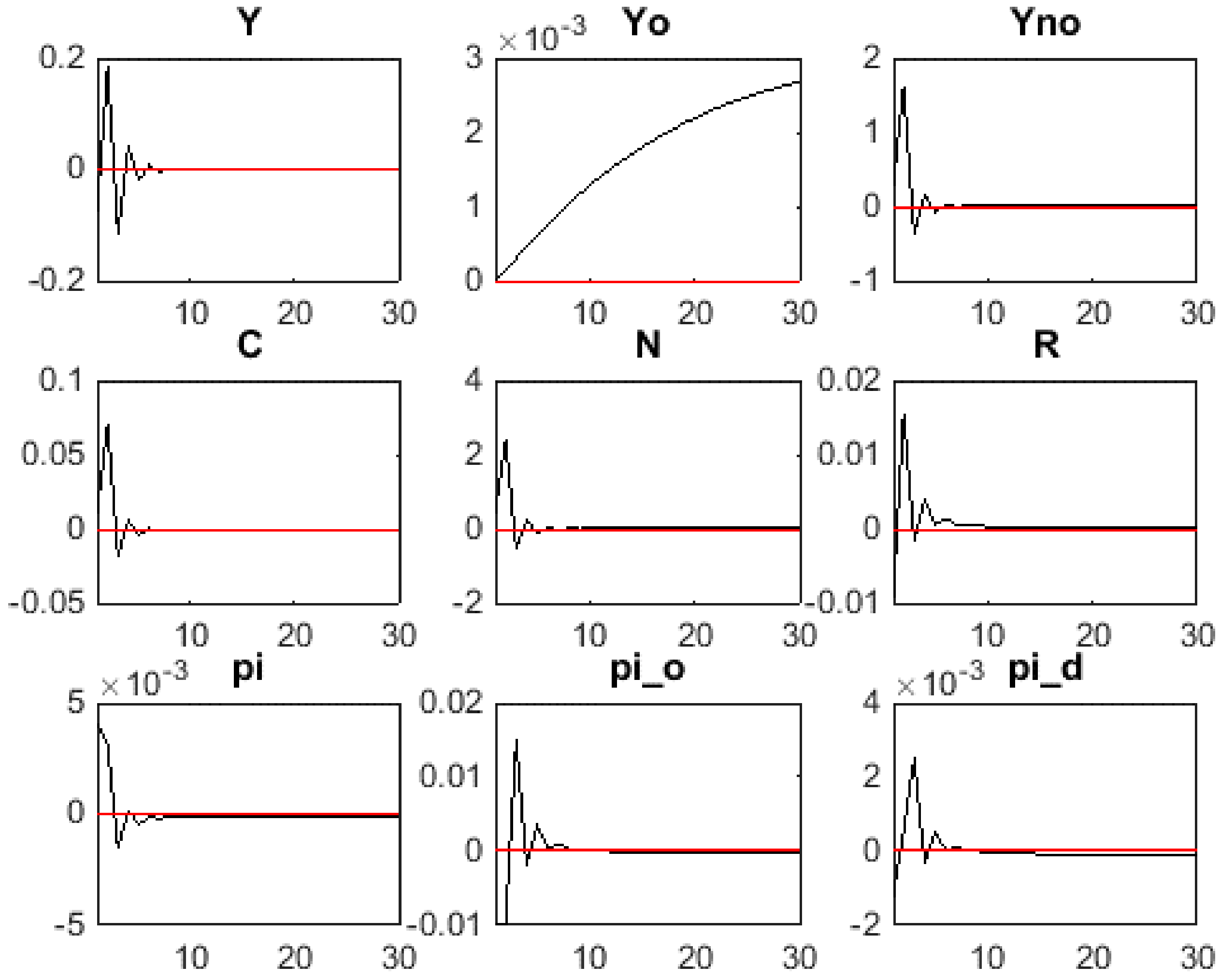
Resultados: Funciones de Respuesta al Impulso

Choque exógeno a la política monetaria (ε_t^R)



Resultados: Funciones de Respuesta al Impulso

Choque exógeno al precio del petróleo (ε_t^o)



Resultados:
Matriz de correlaciones:
Modelo vs Datos

Matriz de Correlaciones del Modelo

Variables	Y	Y^{o}	Y^{no}	C	π	I
Y	1	0,0008	0,8892	0,8872	0,8683	0,0541
Y^{o}	0,0008	1	0,0207	-0,037	-0,0399	0,1184
Y^{no}	0,8892	0,0207	1	0,9971	0,9086	0,0973
C	0,8872	-0,037	0,9971	1	0,9118	0,1071
π	0,8683	-0,0399	0,9086	0,9118	1	0,0638
I	0,0541	0,1184	0,0973	0,1071	0,0638	1

Resultados

Parámetros óptimos de la Regla de Taylor

Se resuelve el problema recurriendo a un algoritmo de optimización numérica codificado en Matlab por Chris Sims y que se presenta en Sims (1999).

$$\min_{\{\phi_\pi, \phi_e, \phi_y\}} \quad \lambda_1 var(\pi) + \lambda_2 var(\hat{y}) + \lambda_3 var(\hat{e})$$

Parámetro de la Regla	Valor Óptimo
ϕ_π	1.22
ϕ_e	1.56
ϕ_y	3.92

$$\widehat{R_t} = 0.76\widehat{R_{t-1}} + 0.29\pi_t + 0.38\widehat{RER_t} + 0.94\widehat{Y_t} + \varepsilon_t^R$$

Valor Inicial de la Función Objetivo	**2,555170**
Iteración 1	1,276584
Iteración 2	0,810333
Iteración 3	0.476792
Iteración 4	0,317542
Iteración 5	0,230094
Iteración 6	0,199824
Iteración 7	0,198014
Iteración 8	0,197873
Iteración 9	0,197873
Valor Final de la Funcion Objetivo	**0,197873**

Resultados:
Sugerencias para una implementación o puesta en práctica

Problemas teóricos

Problema de inconsistencia dinámica.

Problemas generales de diseño e implementación

Resolver la implementación práctica de la regla óptima en el quehacer del día a día del banco central.

Problemas de forma funcional

Proviene de obtener como solución al problema una regla de forma funcional muy compleja, la cual, a pesar de su optimalidad, puede ser muy difícil si no imposible de implementar o comunicar al público.

Problemas específicos atribuibles al contexto venezolano

Una regla de política monetaria optima como la derivada en el presente trabajo no es de aplicación inmediata al entorno venezolano y tendrían que darse varias reformas estructurales y algún régimen de transición previo, quizás de varios años.

Resultados:
Sugerencias para una implementación o puesta en práctica

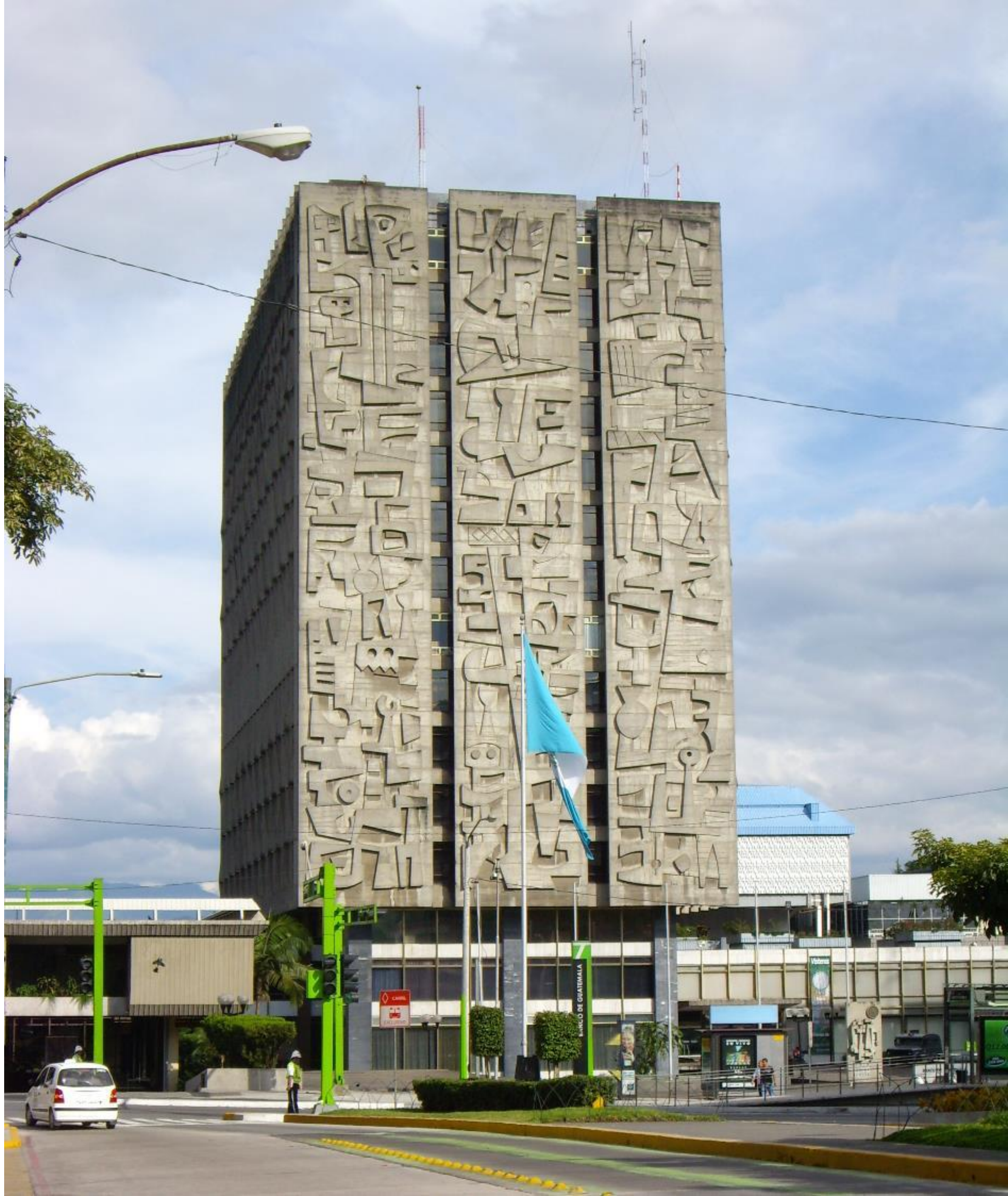
Entre las reformas estructurales y supuestos previos que deben cumplirse en el caso venezolano se encuentran:

- Aplicación de un programa de estabilización que permita eliminar la hiperinflación y estabilizar la inflación en una cifra de un digito.
- La medida anterior significara un choque duro en las expectativas de los agentes y contribuye a la construcción de reputación y credibilidad.
- Aplicación de un programa de reformas estructurales pro mercado para restaurar la lógica de fijación de todos los precios relevantes mediante el mecanismo del mercado.
- Liberalización completa de la cuenta corriente y de capital.
- Liberalización Financiera.
- Reforma a la ley del BCV para llevar a la autoridad monetaria a niveles de independencia al menos similares a la ley de 1992.
- Establecimiento de un régimen de política monetaria transicional que permita recopilar datos suficientes para conocer los mecanismos de transmisión y las sensibilidades de la política monetaria. Una alternativa para tal régimen lo constituye una combinación de control sobre los requerimientos de liquidez de los bancos en simultáneo a la búsqueda del objetivo de una mayor estabilidad de la tasa interbancaria para reducir su volatilidad dentro de un corredor o banda.

Resultados: Advertencia sobre las limitaciones del resultado

La regla de política óptima derivada en el presente trabajo adolece de una falla importante y es la de obtenerse en el marco de un modelo DSGE Calibrado. Una mejor aproximación a una regla óptima puede obtenerse mediante el ajuste del modelo a datos recurriendo por ejemplo a métodos Bayesianos. Una regla así derivada tendrá un mayor respaldo empírico y será siempre superior a las derivadas mediante calibración.

Venezuela esta dejando de ser una economía petrolera, por lo que los resultados puedan no ser aplicables en el futuro.



Conclusiones

En el presente trabajo se han establecido puentes o relaciones significativas entre la Investigación de Operaciones y el enfoque de Sistemas demostrando que el control de los sistemas monetarios utiliza el método y herramientas propias de la investigación de operaciones.

Se ha demostrado como la metodología de la investigación de operaciones, aplicada para la resolución del problema central del presente trabajo, guarda sorprendentes similitudes con la metodología para la realización de experimentos computacionales en economía y que en esencia es la explicada por Kydland y Prescott (1996). Estas similitudes refuerzan el puente entre la investigación de operaciones, el enfoque de sistemas y la metodología de la macroeconomía convencional contemporánea, en particular la política monetaria.

Conclusiones

Aplicando la metodología de la investigación de operaciones se ha formulado y resuelto un modelo del tipo DSGE calibrado para Venezuela y posteriormente se han obtenido los parámetros óptimos de la regla de control del sistema monetario representado por el modelo formulado y resuelto.

Una regla de Taylor optima con metas de estabilización sobre la inflación, el tipo de cambio real y el producto arrojo la siguiente ecuación o regla de control óptimo:

$$\widehat{R_t} = 0.76\widehat{R_{t-1}} + 0.29\phi_{\pi} + 0.38\widehat{RER_t} + 0.94\widehat{Y_t} + \varepsilon_t^R$$


BCV
BANCO CENTRAL DE VENEZUELA
BANCO
SOBERANO

Anexos: Hogares

Función de utilidad común para todos los hogares $E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left[C_t^S - \phi^{-1} N_t^{\phi}\right]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \quad \phi > 1, \sigma > 1$

R.P.I de los hogares optimizadores $C_t^S + I_t + b_t + R_{t-1}^* + \frac{RER_t}{RER_{t-1}} \frac{b_{t-1}^*}{\pi_t^*} + T_t^S = W_t N_t + R_t^{kno} K_{t-1}^{no} + R_{t-1} \frac{b_{t-1}}{\pi_t} + b_t^* + \Pi_{t,}$

R.P.I de los hogares no optimizadores $C_t^N + T_t^N = W_t N_t$

Función de Consumo de cada hogar $C_t(i) = \left[\gamma^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}}(i) + (1-\gamma)^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}}(i))\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$

Consumo Agregado de la Economía $C_t = \mu C_t^N + (1-\mu) C_t^S$

Acumulación de Capital No Petrolero $K_t^{no} = (1-\delta) K_{t-1}^{no} + \left[1 - \frac{\kappa}{2}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2\right] I_t$, donde $\kappa > 0$

Anexos: Firmas

Función de Producción de Bienes Intermedios	$Y_t^{no}(j) = \boldsymbol{u_t^{no}} K_{t-1}^{no}(j)^{\alpha} N_t(j)^{1-\alpha} K_{G,t-1}^{\alpha},$
Ecuación del IPC de la Economía	$\left(P_t^h\right)^{1-\varepsilon} = \theta\left(P_{t-1}^h\right)^{1-\varepsilon} + (1-\theta)\left(P_t^{hop}\right)^{1-\varepsilon}$
Función de Producción Firmas Petroleras	$C_t^N + T_t^N = W_t N_t$
Acumulación de Capital Petrolero	$K_t^o = (1-\delta)K_{t-1}^o + FDI_t^*$
Inversión Extranjera Directa	$\widehat{FDI_t^*} = \rho_{FDI}\widehat{FDI_{t-1}^*}$
Precio del Petróleo	$\widehat{P_t^{o*}} = \rho_o \widehat{P_{t-1}^{o*}} + \boldsymbol{\epsilon_t^o}$
Beneficio de las Firmas Petroleras	$\Pi_t^{o*} = (1-\tau^o)P_t^{o*}Y_t^o$
Firma del Bien Final	$Y_t^{no} = \left(\int_0^1 X_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$ $\qquad X_t(j) = \left(\frac{P_t^h(j)}{P_t^h}\right)^{-\varepsilon} Y_t^{no}$

Anexos: Política Fiscal

R.P.I del Gobierno $b_t + T_t + (R_t^* - 1)OF_{t-1}^* RER_t = G_t^I + G_t^C + R_{t-1} + \frac{b_{t-1}}{\pi_t}$

Impuestos de Suma Fija de los Hogares $T_t = (1-\mu)T_t^S + \mu T_t^N$

Ingresos Petroleros $OR_t = (R_t^* - 1)OF_{t-1}^* RER_t$

Acumulación del Capital Público $K_t^G = (1-\delta^g)K_{t-1}^G + G_t^I$

Impuestos Petroleros $T_t^{o*} = \tau^o P_t^{o*} Y_t^o + i^{div}\Pi_t^{o*}$

Fondo Petrolero Soberano $OF_t^* = \rho_{OF} OF_{t-1}^* + T_t^{o*}$

Inversión Pública $\widehat{G_t^I} = \rho_{GI}\widehat{G_{t-1}^{CI}} + (1-\rho_{GI})\left[\upsilon_{GI}\widehat{Y_t} - \gamma_{GI}\hat{b}_{t-1} + \gamma_{OF}^{GI}\widehat{OR}_t\right]$

Consumo Público $\widehat{G_t^C} = \rho_{GC}\widehat{G_{t-1}^{C}} + (1-\rho_{GC})\left[\upsilon_{GC}\widehat{Y_t} - \gamma_{GC}\hat{b}_{t-1} + \gamma_{OF}^{GC}\widehat{OR}_t\right]$

Anexos: Política Monetaria y Resto del Mundo

Política monetaria:

Regla de Política Monetaria	$\widehat{R_t} = \rho\widehat{R_{t-1}} + (1-\rho)\left[\phi_\pi + \phi_e\widehat{RER_t} + \phi_y\widehat{Y_t}\right] + \boldsymbol{\varepsilon_t^R}$
Intervenciones en el Mercado Cambiario	$\widehat{Int_t^*} = \alpha_1\widehat{RER_t} + \alpha_2\Delta\widehat{RER_t}$
Activos Externos Netos del Banco Central	$NFA_t^* = \rho_{nfa}NFA_{t-1}^* + Int_t^*$

Resto del mundo:

Producción	$\widehat{Y_t^*} = \rho_{Y^*}\widehat{Y_{t-1}^*}$
Regla de Política Monetaria	$\widehat{R_t^*} = \phi_\pi^*\pi_t^* + \phi_y^*\widehat{Y_t^*}$
Curva de Phillips	$\pi_t^* = \beta^* E_t\pi_{t+1}^* + \lambda^*(\sigma + \frac{\phi^*+\alpha^*}{1-\alpha^*})\widehat{Y_t^*}$

Anexos: Fricciones del Modelo

Mercados Financieros Incompletos

$$\begin{cases} C_t^S + I_t + b_t + R_{t-1}^* + \frac{RER_t}{RER_{t-1}} \frac{b_{t-1}^*}{\pi_t^*} + T_t^S = W_t N_t + R_t^{kno} K_{t-1}^{no} + R_{t-1} \frac{b_{t-1}}{\pi_t} + b_t^* + \Pi_t, \\ C_t^N + T_t^N = W_t N_t \end{cases}$$

Costos de Ajuste a la Inversión

$$K_t^{no} = (1-\delta) K_{t-1}^{no} + \left[1 - \frac{\kappa}{2} (\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1)^2\right] I_t, \text{ donde } \kappa > 0$$

Restricción de Colateral

$$R_t^* b_t^* = E_t \left\{ \Omega \frac{Q_{t+1} \pi_{t+1}^*}{RER_{t+1}/RER_t} K_t^{no} \right\},$$

Precios tipo Calvo

$$\left(P_t^h\right)^{1-\varepsilon} = \theta (P_{t-1}^h)^{1-\varepsilon} + (1-\theta)\left(P_t^{hop}\right)^{1-\varepsilon}$$

Anexos: Modelo Resumido

- Hogares Optimizadores
- Hogares No Optimizadores
- Firmas No Petroleras Bienes Intermedios
- Firmas No Petroleras Bienes Finales
- Firmas Petroleras
- Política Monetaria
- Política Fiscal
- SWF (OF)
- Balanza de Pagos
- Resto del Mundo

$$C_t = \mu C_t^N + (1-\mu) C_t^S$$

$$C_t^N + T_t^N = W_t N_t$$

$$C_t^S + I_t + b_t + R^*_{t-1} + \frac{RER_t}{RER_{t-1}} \frac{b^*_{t-1}}{\pi^*_t} + T_t^S = W_t N_t + R_t^{kno} K^{no}_{t-1} + R_{t-1} \frac{b_{t-1}}{\pi_t} + b_t^* + \Pi_t,$$

$$Y_t^{no}(j) = \boldsymbol{u_t^{no}} K^{no}_{t-1}(j)^{\alpha} N_t(j)^{1-\alpha} K^{\alpha}_{G,t-1}$$

$$\left(P_t^h\right)^{1-\varepsilon} = \theta\left(P^h_{t-1}\right)^{1-\varepsilon} + (1-\theta)\left(P_t^{hop}\right)^{1-\varepsilon}$$

$$Y_t^o = \left(K^o_{t-1}\right)^{\alpha^o}$$

$$K_t^o = (1-\delta) K^o_{t-1} + FDI_t^*$$

$$\widehat{FDI}_t^* = \rho_{FDI} \widehat{FDI}^*_{t-1}$$

$$\Pi_t^{o*} = (1-\tau^o) P_t^{o*} Y_t^o$$

$$OF_t^* = \rho_{OF} OF^*_{t-1} + T_t^{o*}$$

$$T_t^{o*} = \tau^o P_t^{o*} Y_t^o + i^{div} \Pi_t^{o*}$$

$$\widehat{P}_t^{o*} = \rho_o \widehat{P}^{o*}_{t-1} + \boldsymbol{\epsilon_t^o}$$

$$\widehat{R}_t = \rho \widehat{R}_{t-1} + (1-\rho)\left[\phi_\pi + \phi_e \widehat{RER}_t + \phi_y \widehat{Y}_t\right] + \boldsymbol{\varepsilon_t^R}$$

$$\widehat{Int}_t^* = \alpha_1 \widehat{RER}_t + \alpha_2 \Delta \widehat{RER}_t$$

$$NFA_t^* = \rho_{nfa} NFA^*_{t-1} + Int_t^*$$

$$b_t + T_t + (R_t^* - 1) OF^*_{t-1} RER_t = G_t^I + G_t^C + R_{t-1} + \frac{b_{t-1}}{\pi_t},$$

$$\widehat{Y}_t^* = \rho_{Y^*} \widehat{Y}^*_{t-1}$$

$$\widehat{R}_t^* = \phi_\pi^* \pi_t^* + \phi_y^* \widehat{Y}_t^*$$

$$\pi_t^* = \beta^* E_t \pi^*_{t+1} + \lambda^* \left(\sigma + \frac{\phi^* + \alpha^*}{1-\alpha^*}\right) \widehat{Y}_t^*$$

$$NX_t + (R_t^* - 1) OF^*_{t-1} RER_t - \left(1 - i^{div}\right) RER_t \Pi_t^{o*} = \left(R^*_{t-1} \frac{RER_t}{RER_{t-1}} \frac{b^*_{t-1}}{\pi^*_t} - b_t^*\right) - RER_t FDI_t^* + RER_t \Delta NFA_t^*$$

$$P_t^h Y_t^{no} + P_t^{o*} Y_t^o RER_t = C_t + I_t + RER_t FDI_t^* + G_t^C + G_t^I + NX_t$$

Anexos: El Problema de los Hogares

$$max_{\{\text{C\_t,I\_t,K\_t\^{}no,N\_t,b\_t,b\_t\^{}}*\}} \quad E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left[C_t^S - \phi^{-1} N_t^{\phi}\right]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \qquad \phi > 1, \sigma > 1$$

Sujeto a:

$$C_t^S + I_t + b_t + R_{t-1}^* + \frac{RER_t}{RER_{t-1}} \frac{b_{t-1}^*}{\pi_t^*} + T_t^S = W_t N_t + R_t^{kno} K_{t-1}^{no} + R_{t-1} \frac{b_{t-1}}{\pi_t} + b_t^* + \Pi_{t,}$$

$$K_t^{no} = (1-\delta) K_{t-1}^{no} + \left[1 - \frac{\kappa}{2} \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2\right] I_t, \text{ donde } \kappa > 0$$

$$R_t^* b_t^* = E_t \left\{ \Omega \frac{Q_{t+1} \pi_{t+1}^*}{RER_{t+1}/RER_t} K_t^{no} \right\}$$

Anexos: Log linearizacion alrededor del Estado Estacionario

Sea X cualquier variable endógena del modelo, se define la diferencia logarítmica de la variable alrededor de su estado estacionario como:

$$\hat{X}_t = LnX_t - Ln\bar{X}$$

Donde:

$\hat{X}_t$ es la diferencia logarítmica de la variable alrededor de su estado estacionario.

X_t es el valor de la variable en el tiempo t.

$\bar{X}$ es el valor de estado estacionario.

Teniendo en cuenta lo anterior, la variable de interés puede expresarse como:

$$\hat{X}_t = Ln\left(\frac{X_t}{\bar{X}}\right)$$

$$e^{\hat{X}_t} = \frac{X_t}{\bar{X}}$$

$$X_t = \bar{X}e^{\hat{X}_t}$$

Anexos: Log linearizacion alrededor del Estado Estacionario. Cont.

Uhlig (1999) describe cómo loglinearizar ecuaciones no lineales sin la diferenciación explícita que se requiere si se decide aplicar la expresión matemática de una aproximación de Taylor. Para ello el autor propone las siguientes reglas de aproximación de primer orden:

$$e^{\hat{X}_t} \approx 1 + \hat{X}_t$$

$$e^{\hat{X}_t + a\hat{Y}_t} \approx 1 + \hat{X}_t + a\hat{Y}_t$$

$$\hat{X}_t \hat{Y}_t \approx 0$$

$$E_t\left[a e^{\hat{X}_{t+1}}\right] \approx a + aE_t\left[\hat{X}_{t+1}\right]$$

Anexos: Log linearizacion alrededor del Estado Estacionario. Cont.

Se ilustra a continuación la aplicación práctica del método de loglinearización recurriendo a estas reglas de aproximación de Uhlig (1999) utilizando un de las ecuaciones del modelo matemático del sistema económico descrito en el capítulo 4. De acuerdo a este el capital petrolero (Ecuación 4.20) se acumula por la Inversión Extranjera Directa (FDI) según:

$$K_t^o = (1-\delta)K_{t-1}^o + FDI_t^*$$

Reemplazando cada variable de esta ecuación por su aproximación log lineal, es decir, aplicando:

$$X_t = \bar{X}e^{\hat{X}_t}$$

$$\overline{K^o}e^{\widehat{K_t^o}} = (1-\delta)\overline{K^o}e^{\widehat{K_{t-1}^o}} + \overline{FDI}e^{\widehat{FDI_t}}$$

Reemplazando luego por la aproximación de primer orden de Uhlig (1999), es decir, teniendo en cuenta que $e^{\hat{X}_t} \approx 1 + \hat{X}_t$, entonces:

$$\overline{K^o}\left(1+\widehat{K_t^o}\right) = (1-\delta)\overline{K^o}\left(1+\widehat{K_{t-1}^o}\right) + \overline{FDI}\left(1+\widehat{FDI_t}\right)$$

Anexos: Log linearizacion alrededor del Estado Estacionario. Cont.

Dividiendo ambos miembros de la igualdad por $\overline{K^o}$:

$$\left(1+\widehat{K_t^o}\right) = (1-\delta)\left(1+\widehat{K_{t-1}^o}\right) + \frac{\overline{FDI}}{\overline{K^o}} + \frac{\overline{FDI}}{\overline{K^o}}\widehat{FDI_t}$$

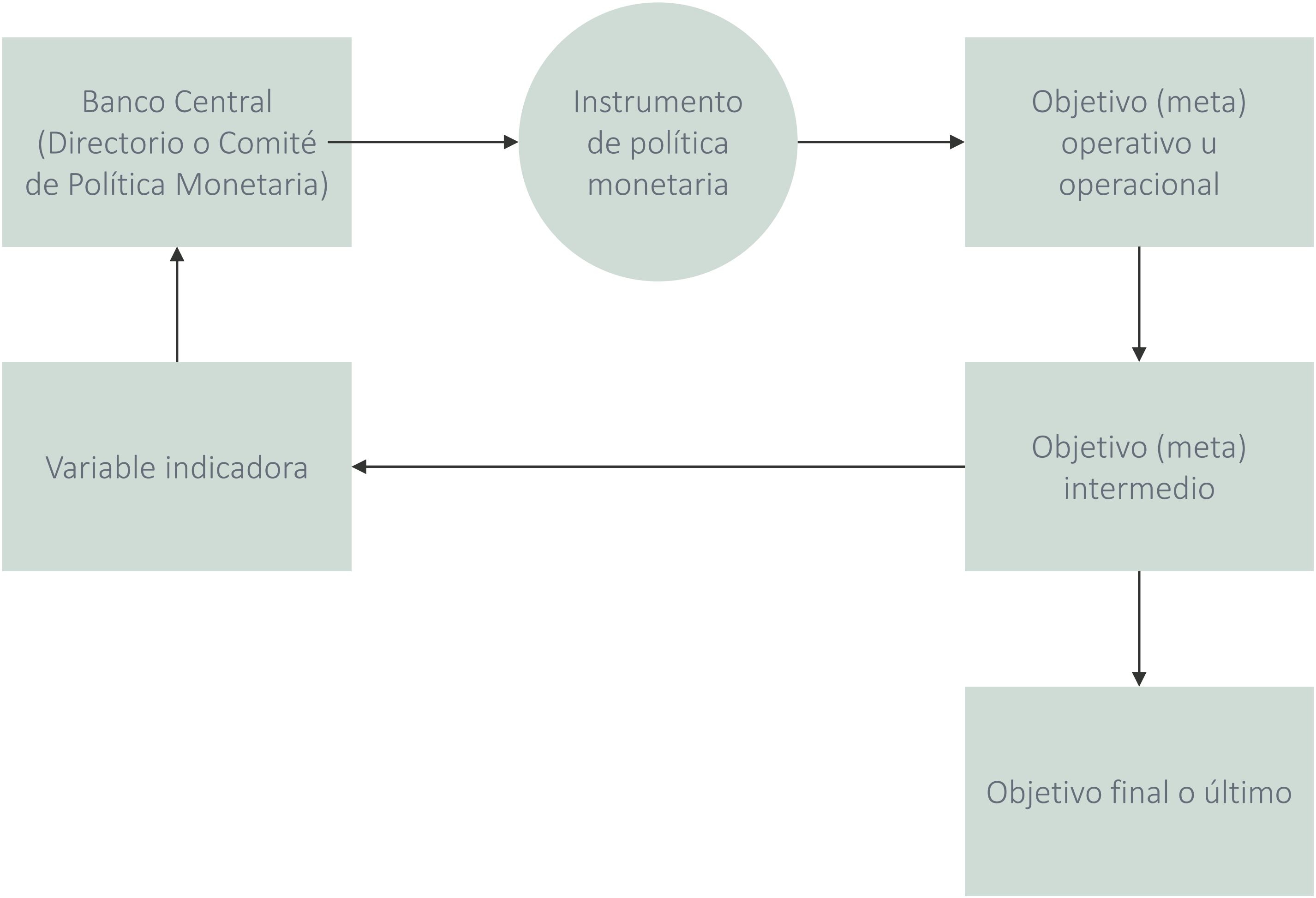
$$\left(1+\widehat{K_t^o}\right) = (1-\delta) + (1-\delta)\widehat{K_{t-1}^o} + \frac{\overline{FDI}}{\overline{K^o}} + \frac{\overline{FDI}}{\overline{K^o}}\widehat{FDI_t}$$

Y teniendo en cuenta que en el estado estacionario $\overline{FDI} = \delta\overline{K^o}$:

$$\widehat{K_t^o} = (1-\delta)\widehat{K_{t-1}^o} + \delta\widehat{FDI_t}$$

Anexos: Esquema de la Política Monetaria

Desde el punto de vista del Administrador del Sistema o Banco Central



Anexos: Esquema de Política Monetaria

Desde el punto de vista del Administrador del Sistema o Banco Central. Modelo de control de Agregados